



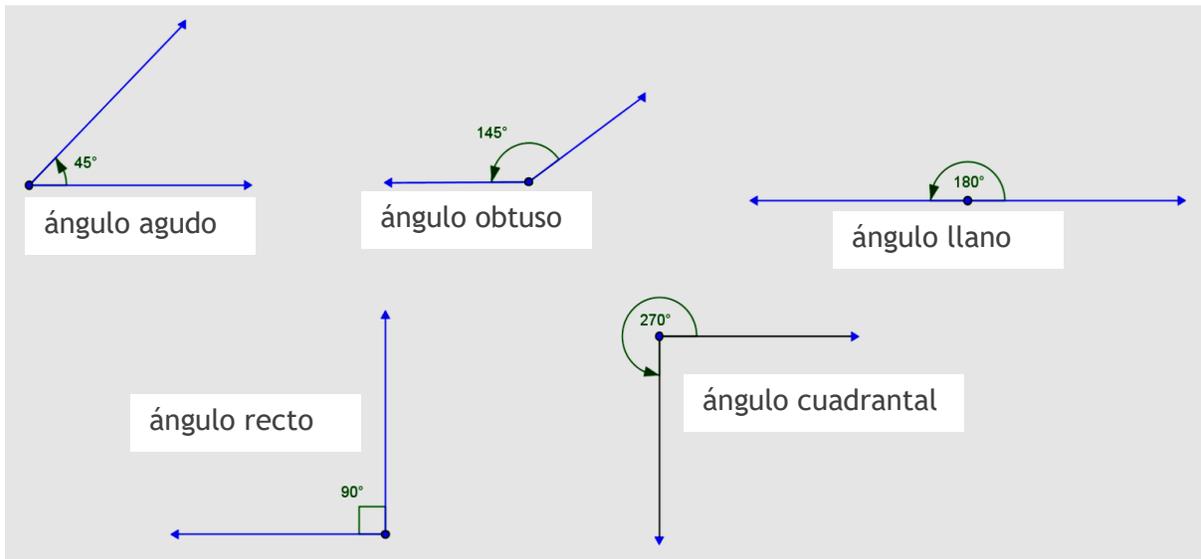
Unidad TR.1: Los ángulos y el círculo

Tema 1: El círculo trigonométrico

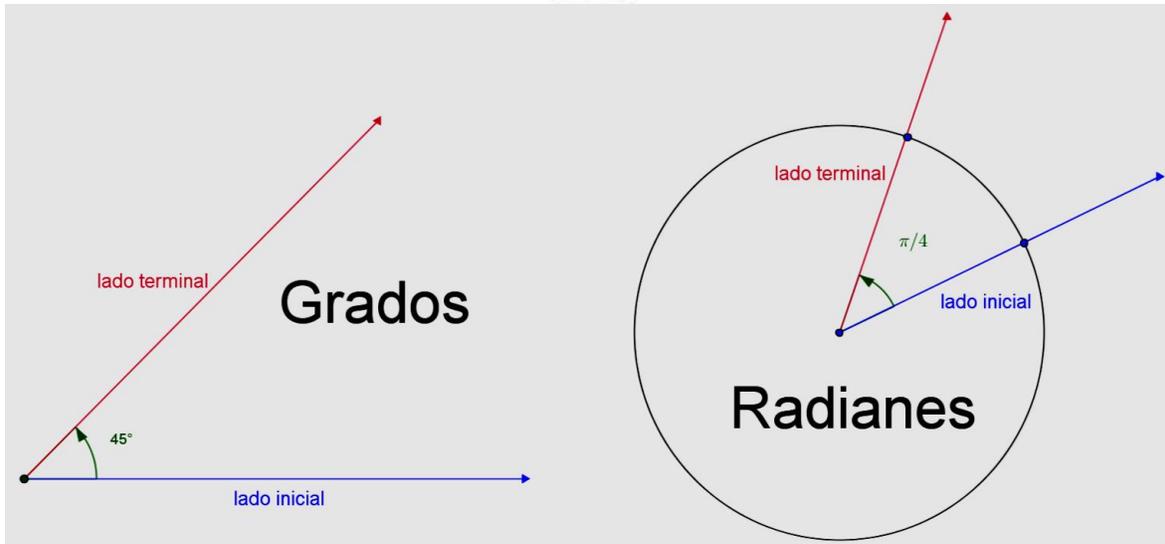
Lección 1.1: Medidas angulares

Ángulos y su medida

La trigonometría provee herramientas para encontrar soluciones a problemas, no solo de ingeniería y astronomía, como también de ecología. El estudio de la trigonometría comienza con la medida utilizada para los ángulos. Recordemos algunos ángulos que ya conocemos.



La medida utilizada en los ángulos dados anteriormente fue grados ($^{\circ}$), una de las más conocidas. Sin embargo, no es la única unidad de medida para los ángulos. Otra medida para los ángulos es el radian (rad), la cual se basa en la longitud del arco que intercepta el ángulo a medir. Observa el siguiente diagrama que te ayudará a entender la diferencia entre grados y radianes.



Para convertir de una medida a otra es muy sencillo. Solo sigue la siguiente relación entre grados y radianes:

$$1 \text{ rad} = \left(\frac{180}{\pi}\right)^\circ$$

$$1^\circ = \frac{\pi}{180} \text{ rad}$$

Para convertir de grados a radianes, multiplicamos por $\frac{\pi}{180}$.

Para convertir de radianes a grados, multiplicamos por $\frac{180}{\pi}$.

Ahora bien, si has observado detalladamente hemos manejado grados y radianes en números enteros. Cuando manejamos decimales, por lo general, las unidades de medida que se utilizan es: grados, minutos y segundos ($G^\circ M' S''$).

$$1^\circ = 60'$$

$$1' = 60''$$



Veamos un ejemplo de cada conversión:

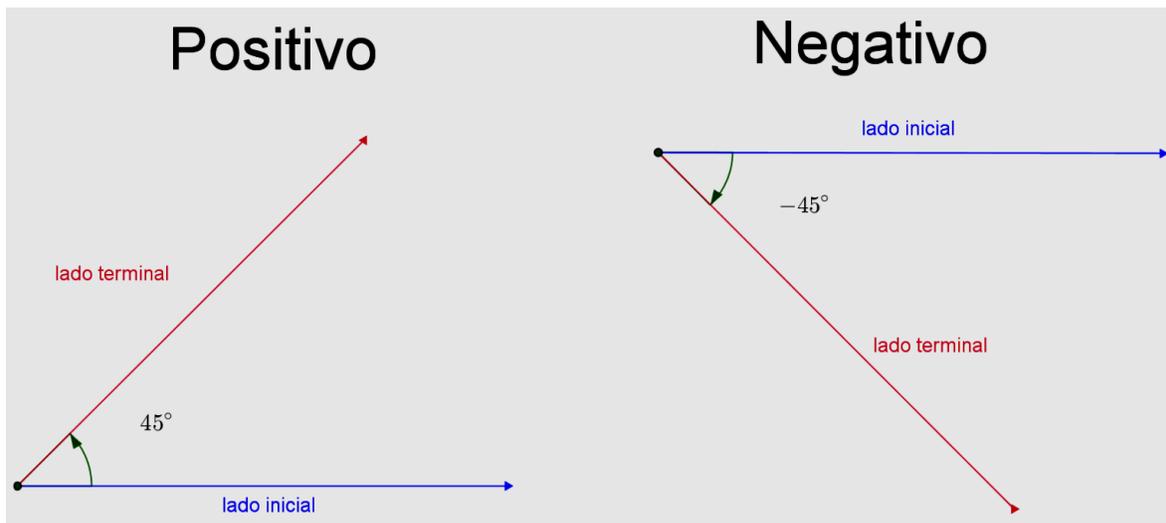
$$1) 60^\circ = \text{---}rad \qquad 60^\circ \left(\frac{\pi}{180}\right) = \frac{\pi}{3}rad$$

$$2) 32.25^\circ = \text{---}GMS \qquad 32.25 = 32^\circ \text{ y } 0.25^\circ, \text{ entonces es } 32^\circ 15'$$

$$0.25^\circ = \left(\frac{1}{4}\right)^\circ = \left(\frac{1}{4}\right) 60' = 15'$$

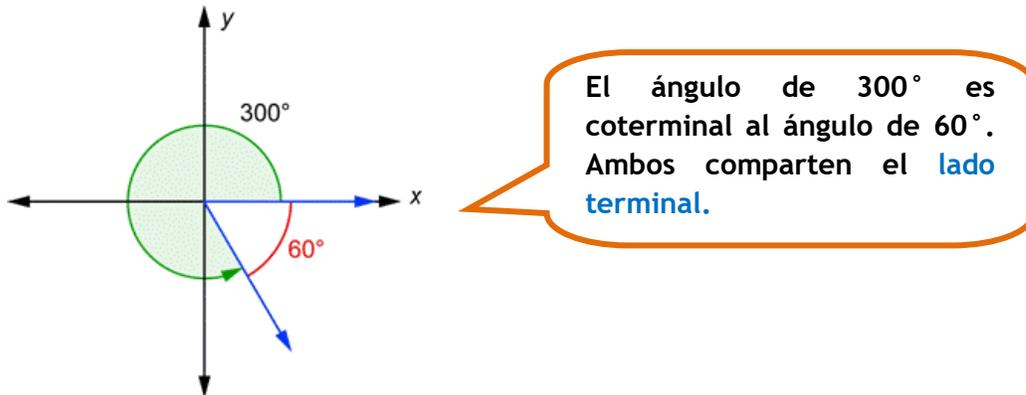
Ángulos y su posición

Los ángulos estudiados hasta el momento han sido positivos porque su lado terminal está en contra de las manecillas del reloj. Pero, si este lado terminal estuviera a favor de las manecillas del reloj, entonces el ángulo es negativo. Cuidado, el + o - , indica dirección del ángulo.





Por otro lado, los ángulos positivos y negativos pueden tener relación entre sí, si estos son ángulos coterminales. Los ángulos coterminales son dos ángulos donde coinciden en su lado terminal.



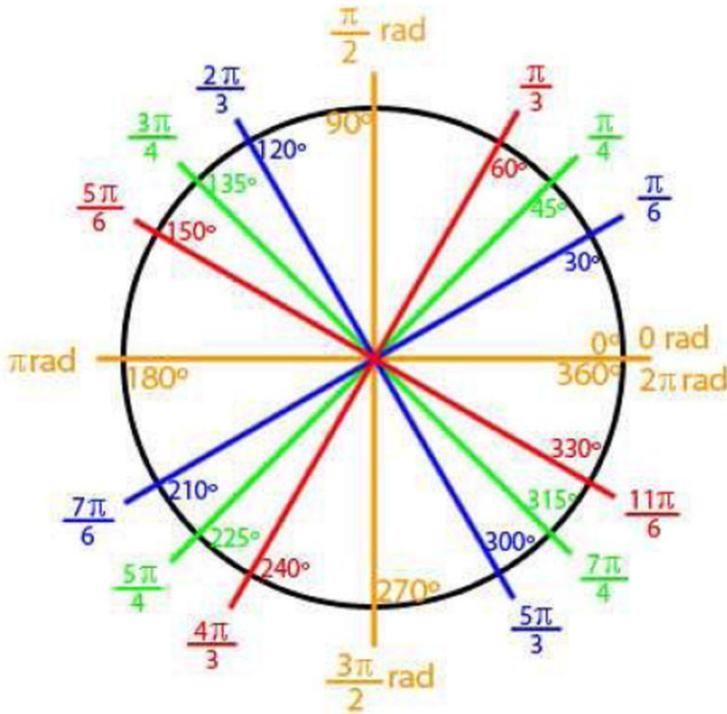
Matemáticamente, los ángulos coterminales se obtienen si suman o si restan múltiplos de 2π o 360° . Veamos un ejemplo:

$$\frac{\pi}{3} + 2\pi = 60^\circ + 360^\circ = 420^\circ = \frac{7\pi}{3}$$

$$\frac{\pi}{3} \text{ y } \frac{7\pi}{3} \text{ son coterminales.}$$

$$\frac{\pi}{3} - 2\pi = 60^\circ - 360^\circ = -300^\circ = -\frac{5\pi}{3}$$

$$\frac{\pi}{3} \text{ y } -\frac{5\pi}{3} \text{ son coterminales.}$$



De esta manera, si continuamos con secuencias de ángulos obtenemos, el círculo unitario. Observa y analiza unos momentos el círculo unitario.

Los colores te ayudaran a ver la relación de los ángulos del cuadrante I y los demás cuadrantes.

Arco y sector circular

Como hemos podido ver, los ángulos positivos o negativos y coterminales, todos tienen una relación estrecha con el círculo. Para obtener la longitud de un arco circular o calcular el área de un sector circular, usamos:

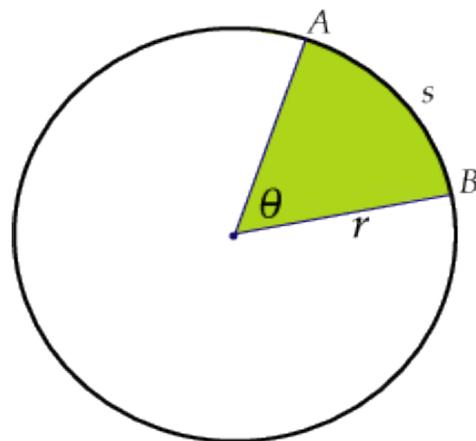
Longitud de un arco circular (s)

$$s = r\theta$$

Área de un sector circular (A)

$$A = \frac{1}{2}r^2\theta$$

θ es medida en radianes y es un ángulo central.





Ejemplo: Encuentra la longitud del arco y el área del sector circular para un ángulo central de 60 grados y cuyo círculo tiene un radio de 6 cm.

$$\text{Datos dados: } 60^\circ = \frac{\pi}{3} = \theta$$

$$r = 6 \text{ cm}$$

Cálculos:

$$s = r\theta = (6 \text{ cm}) \left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{6\pi}{3} \text{ cm} = 2\pi \text{ cm}$$

$$A = \frac{1}{2} r^2 \theta = \left(\frac{1}{2}\right) (6 \text{ cm})^2 \left(\frac{\pi}{3}\right) = 6\pi \text{ cm}^2$$

Nota: Recuerda la longitud tiene unidad simple y el área tiene unidad cuadrática.

Para ver que todo tiene conexión, te recomiendo que realices las actividades de cada lección. Verás cómo podemos aplicar los conceptos estudiados en esta unidad.

Si deseas conocer más sobre las lecciones puedes pulsar en los siguientes enlaces:

Círculo trigonométrico

- <http://tube.geogebra.org/m/122240>
- <http://tube.geogebra.org/m/877773>
- <http://tube.geogebra.org/m/44849>



Referencias

Dugopolski, M. (2011). *Trigonometry*. USA: Pearson Educación (3er edición).

Stewart, J., Redlin, L. & Watson, S. (2007). *Precálculo: Matemáticas para el cálculo*. México: Cengage Learning Editores, S.A. (5ta edición)

Sullivan, M. (2006). *Algebra y Trigonometría*. México: Pearson Educación (7ma edición).

Referencias de imágenes

- <http://tecdigital.tec.ac.cr/revistamatematica/cursos-linea/CALCULODIFERENCIAL/curso-elsie/aplicacionesderivada/html/images/imagen32.gif>