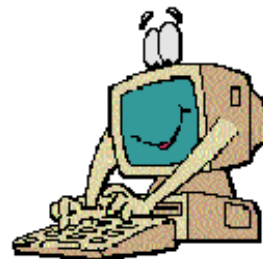


## Unidad 3. Geometría

### I. Conceptos básicos

#### 1. Geometría plana / Geometría Euclidiana

La **Geometría** es la parte de las matemáticas que estudia las medidas de la tierra.



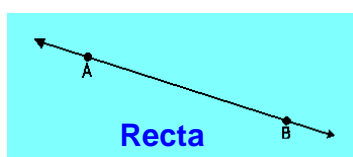
El **punto**, la **recta** y el **plano** son conceptos primitivos o indefinidos en geometría. Primitivo o indefinido porque, solo tienen explicación mediante el uso de ejemplos y descripciones.

Un **punto** es una ubicación sin dimensiones: indica solo posición. Los puntos no tienen tamaño. Se representan con una marca redonda no gruesa y son nombrados con letra mayúscula.



*La representación más cercana de un punto es el orificio que deja un alfiler en una hoja de papel o en un granito de arena, pero debemos tener en cuenta que no tiene grosor.*

Una **recta** es la unión de una infinidad de puntos. Se extiende indefinidamente en ambos sentidos y no tienen grosor ni ancho. Se muestra con flechas en cada extremo y se nombra utilizando dos puntos que estén en ella. Una recta posee una dimensión, y contiene infinitos puntos.



Recta **AB**, Recta **BA**  
 $\longleftrightarrow$   $\longleftrightarrow$   
AB BA

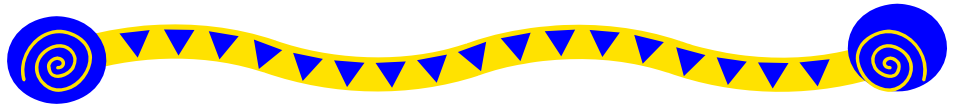
Un **plano** es una superficie infinita, que sólo posee dos dimensiones, contiene infinitos puntos y rectas y se extiende infinitamente en todas las dimensiones. Los planos suelen nombrarse con una letra del alfabeto o con 3 puntos no **colineales** (puntos que no están en una misma recta).

*Las paredes de nuestra casa, el pavimento de las calles, la superficie de una laguna, son representaciones de planos.*



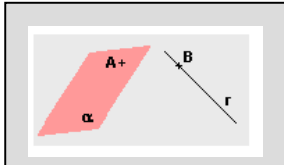
Plano **P**  
Plano **BCD**



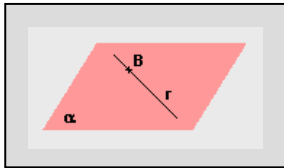


Los tres conceptos anteriores están relacionados:

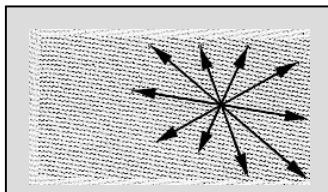
Los puntos **están contenidos** en las rectas y los planos



Las rectas **están incluidas** en los planos

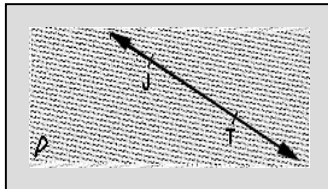


Por un punto del espacio **pasan** infinitas rectas

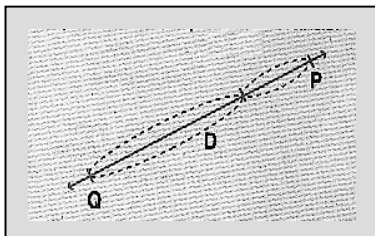


*La línea que hacemos es una representación, porque la recta no tiene grosor.*

Dos puntos del plano **determinan** una recta



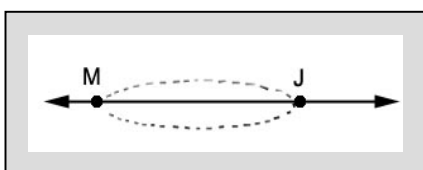
Los **rayos** son parte de una recta, se extienden al infinito en una dirección. Por lo tanto, tiene principio y no tiene fin. Se nombra utilizando primero el punto del extremo.



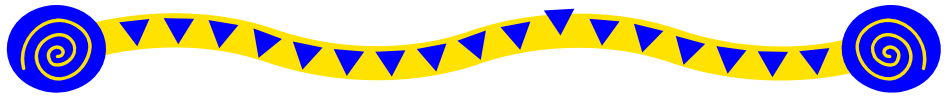
$\overrightarrow{DQ}$  "Rayo DQ"  
 $\overrightarrow{DP}$  "Rayo DP"

*Ejemplo: Rayos del Sol. Sabemos que el origen es el astro, pero no donde termina su luz.*

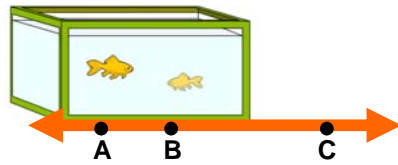
Con dos puntos de una recta se determina un segmento. Tiene dos extremos que se usa para nombrarlos.



$\overline{MJ}$  "Segmento MJ"



Puntos **colineales**: Puntos que están en una misma recta.



Los puntos **A, B y C** son colineales

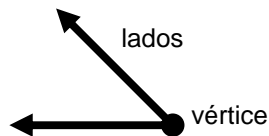
Puntos **coplanarios**: Puntos que están en un mismo plano.



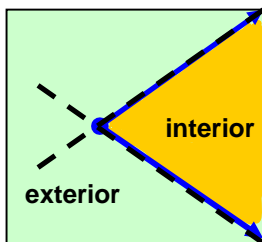
Ejemplo: Plano Cartesiano



Un **ángulo** es la unión de dos rayos no colineales que comparten un mismo extremo.

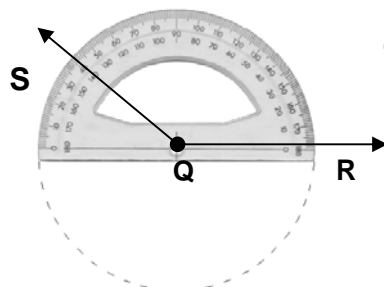


Los rayos reciben el nombre de **lados** del ángulo y su punto extremo común es el **vértice**.



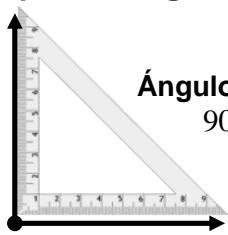
El **interior** de un ángulo es la intersección de dos semiplanos. El **exterior** de un ángulo es el conjunto de puntos en el plano que ni pertenece al interior del ángulo ni al ángulo en si.

Para medir un ángulo se utiliza un transportador y se coloca según se muestra a continuación.

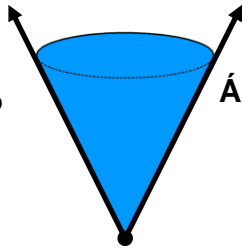


"ángulo SQR o ángulo RQS".  
(La letra del vértice es la letra del medio)  
 $\angle SQR$   
 $\angle RQS$

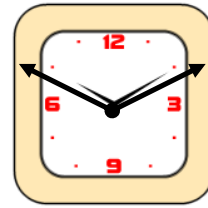
**Tipos de ángulos**



Ángulo recto  
90°

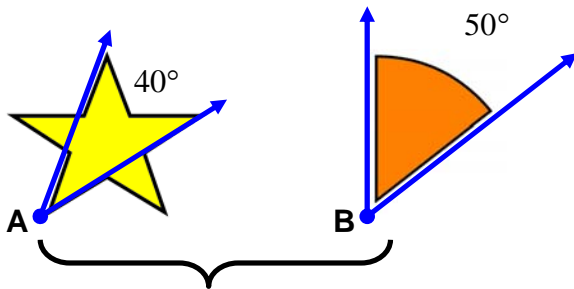


Ángulo agudo  
Medida entre  
0° y 90°



Ángulo obtuso  
Medida entre  
90° y 180°

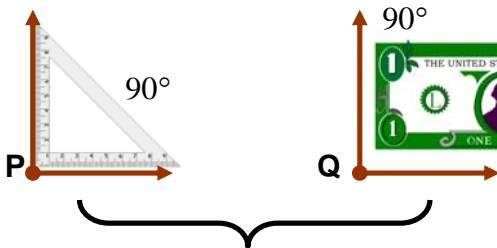
**Ángulos Complementarios:** Son dos ángulos cuyas medidas suman 90°.



$$40^\circ + 50^\circ = 90^\circ.$$

$\angle A$  y  $\angle B$  son ángulos complementarios

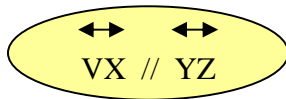
**Ángulos Suplementarios:** Son dos ángulos cuyas medidas suman 180°.



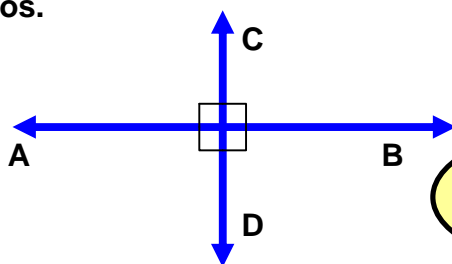
$$90^\circ + 90^\circ = 180^\circ.$$

$\angle P$  y  $\angle Q$  son ángulos suplementarios

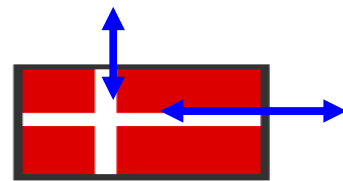
**Rectas paralelas “//” :** Rectas que no se intersecan



**Rectas perpendiculares “⊥” :** Rectas que al intersecarse forman ángulos rectos.

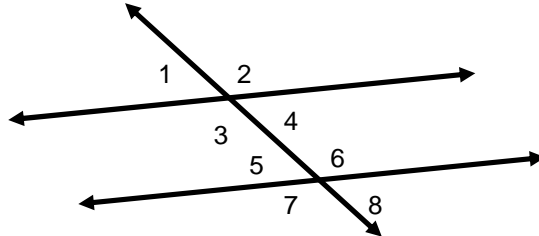


$CD \perp AB$



Una recta que cruza dos o más rectas es una **transversal**. La transversal de dos rectas separadas forma ocho ángulos.

Los 4 ángulos que se forman entre las dos rectas se llaman **ángulos internos**.  
Los ángulos 3, 4, 5, y 6 son **internos**.



Los 4 ángulos que se forman fuera de las dos rectas se llaman **ángulos externos**.  
Los ángulos 1, 2, 7, y 8 son **externos**.

Los **ángulos alternos** están en los lados opuestos de la transversal y pueden ser **internos** o **externos**.  
Los ángulos 1 y 8 así como 2 y 7 son **ángulos alternos externos**.  
Los ángulos 3 y 6 así como 4 y 5 son **ángulos alternos internos**.

Los **ángulos correspondientes** se encuentran en el mismo lado de la transversal y son **congruentes** cuando la transversal cruza dos rectas paralelas.  
Los ángulos 1 y 5, 2 y 6, 3 y 7, así como 4 y 8 son **ángulos correspondientes**.

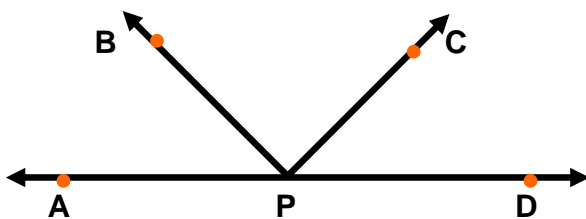


**Ángulos Congruentes:** Son ángulos que tienen la misma medida.

**Ejemplo:** Si las rectas que corta la transversal son paralelas, el ángulo 2 y el ángulo 7 son congruentes ( $\angle 2 \cong \angle 7$ ).

**Tipos de ángulos de acuerdo a su posición**

**Ángulos Adyacentes:** dos ángulos coplanarios con un lado común y sin ningún punto interior común.

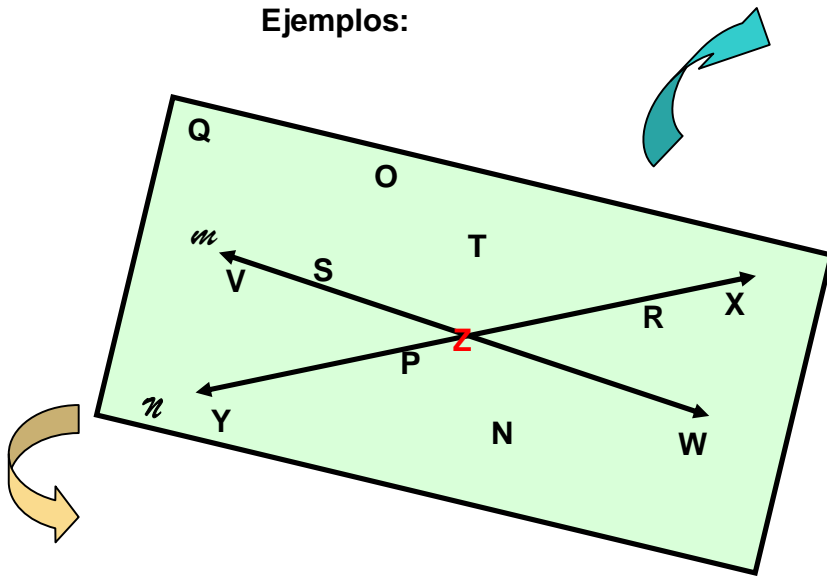


El  $\angle APB$  y  $\angle BPC$  son **ángulos adyacentes** con  $\overrightarrow{PB}$  como **lado común**.

A continuación te presentaré ejemplos de lo discutido en la lección y de tipos de ángulos de acuerdo a su posición.



Ejemplos:



**Ejemplos:**

Puntos: P, Q, R, S, T, V,

Rectas coplanarias:  $\overleftrightarrow{VW}$  y  $\overleftrightarrow{XY}$

Puntos colineales: V, S, Z y W

Puntos coplanarios: S, R, P, W y Y

Punto entre Z y X: R

Plano: Q ó NTO

m y n intersecan en: Z

Ángulos:  $\angle VZY$ ,  $\angle WZY$ ,  $\angle WZX$

Otro nombre para  $\overleftrightarrow{VW}$ : m

Nombre especial	Definición	Ejemplos
ángulos adyacentes	ángulos en el mismo plano que tienen un vértice y un lado común.	$\angle VZX$ y $\angle XZW$ $\angle XZW$ y $\angle WZY$ $\angle WZY$ y $\angle YZV$ $\angle YZV$ y $\angle VZX$
ángulos opuestos por el vértice	Dos ángulos no adyacentes formados por dos pares de rayos opuestos.	$\angle VZY$ y $\angle XZW$ $\angle VZX$ y $\angle YZW$
par lineal	ángulos adyacentes cuyos lados no comunes son rayos opuestos. <b>*Los ángulos en un par lineal son suplementarios.</b>	$\angle VZX$ y $\angle XZW$ $\angle XZW$ y $\angle WZY$ $\angle WZY$ y $\angle YZV$ $\angle YZV$ y $\angle VZX$